

# Zadanie celoštátneho kola súťaže ZENIT v programovaní

Kategória A a B, 9.3.2021

V prípade nejasností konzultujte záložku **Pomoc** na stránke [zenit.ksp.sk](http://zenit.ksp.sk), alebo sa spýtajte organizátorov. Úlohy sú hodnotené úplne nezávisle a samostatne, takže ich môžete riešiť v ľubovoľnom poradí. Časový limit označuje, koľko času dostane váš program pri testovaní na našom serveri (nie na vašom lokálnom počítači). Počas súťaže môžete nájsť zadania aj na webstránke. Ak by sa papierové a tlačene zadania v nejakom detaile (napríklad časovom limite) nezhodovali, tak pravdu majú zadania na **webstránke**.

## A: Ako to len zistím

10 bodov

Kde bolo tam bolo, v zadaní je tento kód:

```
Ahoj riešiteľ/riešiteľka,
""
\\ \\ \\ \\ // // // // \ \ \ \ ' ; ;
, , ,
""
";';';
#;\.
""
""
55"22};{?}
1111[] []11iIII1''''
, , ,
:::
//\ 1123:'
#\
##3 \[[[{{{{//
; 454                ;'\ \    #;
```

```
-----
|_ _ _ / _ _ _ | \ | | _ _ | _ _ _ | | | | |
| / / | _ _ | \ | | | | | | |
| / / | _ _ | . ' | | | | | |
| / _ | | _ _ | \ | | | | | |
| _ _ _ | _ _ _ | | \ | _ _ _ | | |
```

### Úloha

Vypíšte koľko nebielych znakov je vo vyššie zvýraznenom kóde. Ak by ste v tom niečo hľadali, nie je to šifra ;) Túto úlohu musíte zvládnuť bez ukážky vstupu a výstupu.

## B: Bobdĺžnik

15 bodov

Bob má dve rôzne karty. Tak rôzne, že sú rôzne veľké, až by sa dalo povedať, že sú to všeobecné obdĺžniky. Tieto dve karty bob nosí všade so sebou. Doniesol si ich aj sem a vyložil ich na stôl. Karty sa na stole prekryli a Bob povedal: “Aha! Toto je Bobdĺžnik” a ukázal na ich prekryv. Aký veľký je Bobdĺžnik?

### Úloha

Dané su dva obdĺžniky so stranami rovnobežnými so súradnicovou sústavou. Zistite veľkosť ich prieniku.

## Vstup

Na vstupe sú dva riadky, na každom popis jedného obdĺžnika. Popis obdĺžnika sú 4 medzerou oddelené nezáporné celé čísla  $(x_1, y_1, x_2, y_2)$ , ktoré reprezentujú protilahlé rohy obdĺžnika. Platí  $x_1 < x_2$  a  $y_1 < y_2$ . V prvej sade sú súradnice najviac 5, v druhej 1000 a v poslednej 100000. Je zaručené že obdĺžniky majú nenulový prienik.

## Výstup

Vypíšte jedno celé číslo, prienik dvoch obdĺžnikov na vstupe.

## Príklady

vstup

```
2 2 5 5
1 3 6 4
```

výstup

```
3
```

*Prienikom obdĺžnikov je obdĺžnik 2 3 5 4.*

## C: Cambridgeák potrebuje pomoc

20 bodov

Matej sa napriek svojej nesnahe dostal na Cambridge.

Ako sa však pripojil na svoj školský zoom meeting, zamrazilo ho.

Paulínka v ňom bola tiež. V tom momente mu bolo jasné, že jediné čo o ňom všetci už vedia je, že sa nedostal ani na celoštátko Zenitu (na rozdiel od vás).

Matej s tým musí niečo urobiť. Napríklad, vyriešiť domácu úlohu z programovania, prihlásiť sa na hodine, a ukázať všetkým správne riešenie. Má to však háčik - domáce úlohy na Cambridgi sú aspoň tak ťažké ako úlohy na Zenite, a nevie si s nimi rady!

Preto prepašoval svoju domácu úlohu sem - na celoštátko Zenitu. Tam mu to šikovnejší vyriešia, a on sa ich riešeniami môže spokojne predvádzať pred triedou.

## Úloha

Dané je slovo pozostávajúce z malých písmen anglickej abecedy. Vyskladajte zo všetkých z nich palindróm, alebo povedzte že sa to nedá. Palindróm je také slovo, ktoré sa číta rovnako zľava doprava ako zprava doľava.

## Vstup

V jedinom riadku vstupu je neprázdne slovo  $S$ .

V prvej sade  $|S| \leq 10$ . V druhej  $|S| \leq 10^5$ .

## Výstup

Ak sa  $S$  nedá preusporiadať do palindrómu, vypíšte *Asi nezvladol okopirovat vstup*. Inak vypíšte ľubovoľné preusporiadanie  $S$ , ktoré je palindróm.

## Príklady

vstup

```
zeenniiztt
```

výstup

```
zenitteniz
```

vstup

```
ksp
```

výstup

```
Asi nezvladol okopirovat vstup
```

## D: Dobré funkcie

30 bodov

Táto úloha mala začínať rozprávkou o interpolácii, ale bola zbytočne odborná.

## Úloha

Niektoré funkcie sú dobré a niektoré zlé. Tá naša,  $f$ , je ale v čiernej skrinke a povedala nám len svoje hodnoty pre celé  $x$  od 1 po  $n$ . Vašou úlohou je zistiť, či by takéto hodnoty mohla povedať nejaká lineárna alebo kvadratická funkcia - tie sú dobré.

## Vstup

Na prvom riadku vstupu je číslo  $t \leq 10$  – počet funkcií, ktoré máme v čiernych skrinkách.

Pre každú z nich je na prvom riadku  $n$  – počet bodov v ktorých poznáme hodnoty funkcie, platí  $1 \leq n \leq 500$ .

V druhom riadku sú čísla  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ .

Všetky hodnoty sú celé čísla v absolútnej hodnote nepresahujúce  $5 \cdot 10^8$ . V prvej sade navyše platí, že žiadna funkcia nie je kvadratická.

## Výstup

Pre každú funkciu, ak existuje lineárna alebo kvadratická funkcia, ktorá vyhovuje všetkým bodom – teda také  $f$ , že  $f(i) = y_i$  pre všetky  $i$  – vypíšte ANO. Inak vypíšte NIE.

## Príklady

vstup

```
3
4
2 4 6 8
3
6 14 26
4
1 8 27 64
```

výstup

```
ANO
ANO
NIE
```

Prvý vstup zodpovedá funkcii  $y = 2x$ . Druhý zodpovedá funkcii  $y = 2x^2 + 2x + 2$ . Tretí  $x^3$ .

## E: Elitárska hostina

35 bodov

Na celoštátnom kole istej súťaže v programovaní býva večer recepcia pre pedagogický dozor a organizátorov. Je tam množstvo nápojov, živý kuchár, ba dokonca dlhočizný rad nádob so všakovakými pochutinami, kde v  $i$ -tej nádobe je jedlo o hmotnosti  $m_i$ .

Smutní účastníci sa počas recepcie nudia a sú hladní. Niet preto divu, že sa niektorí z nich rozhodli pokúsiť sa prepašovať dnu.

Maťko bol so svojim mladíckym vzhľadom odhalený a zastavený hneď pri vstupe pri pokuse o zisk pohára bublinkového vína. Krtko sa však zvládol tváriť dostatočne nenápadne a skúsene.

Neváhal a okamžite zamieril k bufetu. Len čo sa bezhlavo začal naťahovať za chrumkavou krocketou, uvedomil si, že by vzbudil priveľkú pozornosť, keby všetko dostupné jedlo skonzumoval. Bolo by však zvláštne aj to, keby nič nezjedol. A tiež keby zbesilo pobehoval medzi rôznymi časťami bufetu.

Rozhodol sa preto, že skonzumuje potravu zo súvislého úseku nádob. Keď už nejakú nádobu načne, úplne ju vyprázdni (inú možnosť ani nemá, keď začne, nevie sa ovládať). Navyše, celková hmotnosť jedla skonzumovaná Krtkom je  $k$ -ta najmenšia zo všetkých možných.

## Vstup

V prvom riadku vstupu sú čísla  $n$  – počet nádob s jedlom a  $k$ .

Na ďalšom riadku je  $n$  medzerou oddelených čísiel  $m_1, \dots, m_n$  – hmotnosti jedla v jednotlivých nádobách tak, ako sú uložené vedľa seba. Platí  $0 \leq m_i \leq 10^9$

Platí  $1 \leq n$ . Taktiež platí  $1 \leq k \leq \frac{n(n+1)}{2}$ . Navyše platí, že v jednotlivých sadoch je  $n$  najviac postupne 1 000, 30 000, 30 000 a  $k$  je najviac postupne 500 500, 1 000, 450 015 000.

## Výstup

Na jediný riadok výstupu vypíšte jedno číslo –  $k$ -ty najmenší súčet súvislého úseku hmotností jedál v nádobách.

## Príklady

vstup

```
5 3
5 4 3 2 1
```

výstup

```
3
```

Súčty súvislých úsekov sú 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 9, 9, 10, 12, 14, 15, Z nich je tretí najmenší 3.

## F: Francúzske okno

45 bodov

Leto k nám letí nesmiernou rýchlosťou a s ním k nám nielen obrovskou rýchlosťou, ale aj počtom priletia húfy a hejná komárov. Asi by bolo fajn nainštalovať si na okno v izbe tú sieťku ktorú ste si chceli definitívne namontovať už minulý rok, keďže rok pred tým to už bolo piate výročie od kedy ste sa rozhodli, že to v ten rok určite spravíte. Ako ten čas letí. . .

### Úloha

Kvôli lockdownu nemôžete ísť do obchodu a tak si sieťku musíte zostrojiť sami. Okno na ktoré chcete sieťku umiestniť má tvar obdĺžnika (s celočíselnými rozmermi) a po svojom obvode má v pravidelných 1mm rozstupoch rozmiestnené háčiky cez ktoré môžete viesť nylonovú šnúru. Háčiky sú v každom zo štyroch rohov okna. Cieľom je medzi háčikmi upevniť šnúry tak aby vo vzniknutej sieti neexistovala diera väčšia ako komár - to docielime tak, že každým bodom okna (vnútorným aj obvodovým) s celočíselnými súradnicami prechádza aspoň jedna šnúra. Šnúry budete viesť vždy diagonálne (inak by sieťka vyzerala otrasne), pričom rámu okna sa môže dotýkať iba v mieste kde je umiestnený háčik.

Postup naťahovania jednej šnúry je nasledovný. Odstrihnete si dlhočízny kusisko šnúry a upevníte ho na ľubovoľnom háčiku. Potom ju začnete ťahať v diagonálnom smere (teda voči rámu okna budete zvierat' 45° uhol). Ak narazíte na iný háčik, môžete spraviť jednu z troch možností

1. môžete tu šnúru upevniť a proces naťahovania tak ukončiť
2. môžete šnúru naťahovať smerom akým ste prišli
3. môžete šnúru naťahovať smerom kolmým na smer akým ste prišli (ale iba tak aby ste so šnúrou nevyšli mimo okna, teda napríklad v rohoch túto možnosť nemôžete využiť)

Nylónovej šnúry máte v kĺbku v pivnici rádovo niekoľko kilometrov, takže sa ňou nemusíte báť plytvať. Nožnice máte však iba jedny a už vieme, že keď o ne prídete tak si nemáte ako kúpiť ďalšie. Teda s dlhou životnosťou v mysli chcete odstrihnúť čo najmenej kusísk. Koľko ich bude?

### Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu máte jedno celé číslo  $0 \leq O \leq 10^4$ , počet okien pre ktoré budete vyrábať sieťky.

Nasleduje  $O$  riadkov, na každom z nich dve celé čísla  $2 \leq N, M \leq 7^{10} + 9$  udávajúce počet háčikov na horizontálnej a vertikálnej strane okna (teda okno má rozmery  $(N - 1) \times (M - 1)$ mm).

### Formát výstupu

Na výstup vypíšete  $O$  riadkov. Na  $i$ -tom z nich odpoveď na otázku "Koľko najmenej šnúr potrebujeme na vytvorenie dobrej sieťky na  $i$ -tom okne".

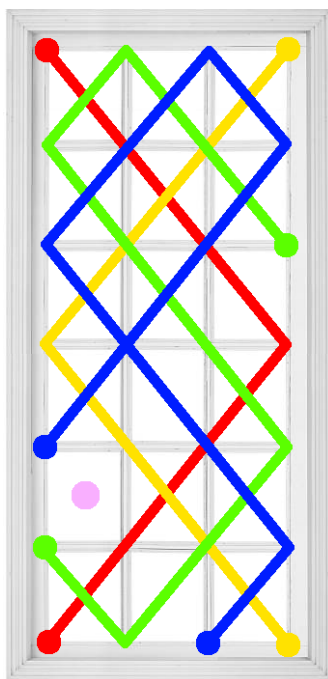
### Príklad

vstup

```
7
2 2
3 3
3 4
3 5
4 5
7 9
4 7
```

výstup

```
2
3
2
3
2
3
4
```



Na obrázku vidíme jedno z optimálnych poťahaní šnúr. Všimnime si, že štvorcom označeným ružovým kruhom neprechádza žiadna šnúra, ale cez všetky jeho rohy áno, čo je postačujúce

## G: Gravitácia

45 bodov

V snahe stať sa ďalším Turistom ste si osvojili všetky jeho zvyky a rutiny. Riešite tie isté úlohy, máte rovnakú stratégiu na súťažiach, nosíte rovnakú značku oblečenia. Ale nestačí to. Stále nemáte čierne písmenko! Zostáva už iba posledná vec. Vy ako jeho najväčší fanúšik viete, že on je zase veľký fanúšik futbalu. Nechce sa vám, ale nie je iná možnosť - budete musieť vstať od počítača a naučiť sa hrať futbal. Alebo? Čo keby ste radšej pri tom počítači zostali sedieť a napísali program, ktorý vám s tým futbalom pomôže? To je určite lepší nápad.

### Úloha

Po pár hodinách študovania pravidiel futbalu ste usúdili, že lopta je jeho dôležitou súčasťou. Preto napíšete program, ktorý bude simulovať pohyb lopty. Ten však v otvorenom priestore nie je až taký zaujímavý, takže budete skúmať ako sa lopta pohybuje v uzavretej miestnosti v tvare kvádra. Nech rozmery miestnosti sú  $S_x \times S_y \times S_z$ , pričom  $y$ -ová súradnica je kolmá na zem (teda v tomto smere pôsobí gravitácia). Lopta sa nachádza v bode  $(\frac{S_x}{2}, 0, 0)$ . Budete simulovať jedno kopnutie do lopty, ktoré ju uvedie do pohybu rýchlosťou  $(V_x, V_y, V_z)$ . Lopta má tvar bodu a ak sa dotkne niektorej zo stien miestnosti, odrazí sa od nej bez straty energie a rýchlosti (teda rýchlosť v smere kolmom na stenu sa vynásobí  $-1$ , tak aby pohyb po odraze smeroval do miestnosti). Zaujímá vás, kde sa bude nachádzať lopta keď prvýkrát narazí do steny ktorej všetky rohy majú  $z$ -ovú súradnicu rovnú  $S_z$  (teda stena ktorá je oproti počiatočnej pozícii lopty).

Je zaručené, že rýchlosť  $V_z$  je nenulová. Gravitačné zrýchlenie je rovné  $g = 10$  jednotiek dĺžky za jednotku času na druhú. Pre ľudí, ktorý už dlho nevideli fyziku poskytneme na osvieženie pamäti aj jeden dôležitý vzorec:

$$h(t) = h_0 + v \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Zvyšné vzorce ktoré by ste pri riešení prípadne potrebovali si môžete odvodiť experimentálne alebo vyhľadať na internete.

### Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu bude jedno celé číslo  $0 \leq N \leq 100$  ktoré udáva počet otázok na vstupe. Nasleduje  $N$  riadkov, na každom z nich bude 6 medzerou oddelených celých čísel  $S_x, S_y, S_z, V_x, V_y, V_z$  - rozmery miestnosti a počiatočná rýchlosť lopty. Každé číslo je v absolútnej hodnote nanejvýš 1000 a  $V_z$  je vždy rôzne od nuly.

## Formát výstupu

Na výstup vypíšete  $N$  riadkov, na každom riadku 3 medzerou oddelené čísla udávajúce  $x$ -ovú,  $y$ -ovú a  $z$ -ovú (v tomto poradí) súradnicu lopty v momente prvého odrazu od uvedenej steny.

## Dodatky

Vstupy budú rozdelené do 4 sád. Maximálny počet otázok sa medzi sadami nemení. Medzi sadami sa postupne zvyšujú maximálne hodnoty rozmerov miestnosti a rýchlosti lopty. Navyše v prvých dvoch sádach platí že  $V_y = 0$ .

Odpovede budú akceptované, ak budú mať voči správne mu riešeniu absolútnu alebo relatívnu odchýlku nanajvýš  $10^{-6}$ . Preto vám odporúčame vypisovať tak približne 100 desatinných čífer.

## Príklad

vstup

```
5
10 10 10 1 0 2
10 10 10 -1 0 1
10 10 10 3 0 1
10 10 10 0 5 6
10 10 10 5 5 5
```

výstup

```
10 0 10
5 0 10
5 0 10
5 1.11111111111111 10
5 0 10
```



*Turista*

## H: Hrozná správa

45 bodov

Samkovi sa páči jedno milé dievča. Ona ho veľmi dobre pozná, takže po tom čo ju Samko pozval na rande a ona ho odmietla mu dala informatickú úlohu - nech ju vyrieši a nebude taký smutný. Samo je však zdrvený a vôbec sa na riešenie úlohy nevie sústrediť. Pomôžte mu.

## Úloha

Samozrejme, nejaké jedno odmietnutie nemôže takého skúseného programátora úplne položiť, takže aj v tejto kritickej situácii sa mu podarilo s úlohou trochu pohnúť. Zredukoval ju do nasledovného znenia. Máme

pole čísel a niekoľko dotazov. Každý dotaz bude označovať nejaký interval daného poľa a pre každý takýto interval máme vykonať nasledujúci algoritmus.

1. Z intervalu vytvoríme všetky neprázdne podpostupnosti (povedzme že ich je  $P$ )
2. Pre každú podpostupnosť jej hodnoty utriedime a následne vypočítame ich XOR (teda z  $P$  podpostupnosti získame  $P$  hodnôt)
3. Na výslednom zozname zopakujeme predchádzajúci krok, teda daných  $P$  hodnôt utriedime a vypočítame ich XOR - toto je výsledok Cieľom úlohy je neprekvapivo vypísať výsledok pre každý dotaz.

Po tom čo vám toto Samo vysvetlil odišiel do svojej izby určite neplakať. Skúste úlohu vyriešiť pred tým ako sa vráti, máte na to asi zopár hodín.

### Vstup

Na prvom riadku vstupu dostanete dve čísla  $1 \leq N \leq 10^5$  a  $0 \leq Q \leq 10^5$  - dĺžka poľa a počet dotazov. Na druhom riadku bude  $N$  medzerou oddelených celých čísel  $0 \leq a_i \leq 10^9 + 7$ . Zvyšok vstupu tvorí  $Q$  riadkov, na každom riadku budú dve čísla  $1 \leq l_i \leq r_i \leq N$  udávajúce uzavretý interval pre  $i$ -ty dotaz.

### Výstup

Vypíšte  $Q$  riadkov, na  $i$ -tom riadku výsledok  $i$ -teho dotazu.

### Obmedzenia

Vstupy budú rozdelené do niekoľkých sád. Čiastočné body sa dajú získať aj za neoptimálne riešenia.

### Príklad

vstup	výstup
6 2	1
1 2 3 4 4 4	0
1 1	
4 6	

V prvom dotaze bude jedinou neprázdnu podpostupnosťou postupnosť (1), ktorej XOR bude 1  
V druhom dotaze budeme mať 7 neprázdnych podpostupností (4), (4), (4), (4, 4), (4, 4), (4, 4), (4, 4, 4). Sú už utriedené a ich XORy sú 4, 4, 4, 0, 0, 0, 4. Keď toto utriedime získame 0, 0, 0, 4, 4, 4, 4 čoho XOR je 0

## I: Isté víťazstvo

50 bodov

Eliška obľubuje ázijskú kuchyňu natoľko, že sa v jedno nudné ráno rozhodla pripraviť si na obed fritovaného pavúka. Veľkého stromového pavúka. Keďže takýto pokrm ešte nevarila, začala zisťovať, ako sa to robí.

Od Naďky sa dozvedela, že takého pavúka treba najskôr oholiť. Prirodzene, ináč by to bolo ako jesť vlasy. Dodala však, že niektoré časti pavúka sa nesmú holiť, pretože sú v nich jedové žľazy, ktoré by sa tým narušili a jed by mohol kuchárke Eliške vyšplechnúť do očí.

Eliška doma našla iba starú tupú žiletku, ktorá zvládne spraviť už iba jeden súvislý hol.

V tom Eliške v hlave skrsol plán. O oholenie pavúka poprosí Adama. Vymyslí si, že nemá dosť sily na holenie. Ukáže mu, aký hol má spraviť. Samozrejme, tento hol musí ísť cez **všetky** časti stromového pavúka, ktoré obsahujú jed. Adam tak určite aspoň pár hodín nebude vidieť a Eliška na celoštátku Zenitu vyhrá obe kategórie!

Adam nie je hlúpy. Bolo by mu podozrivé, keby Eliška chcela jeden konkrétny hol a žiadny iný. Eliška sa teda rozhodla, že mu dá na výber z niekoľkých holov. Finta bude v tom, že každý z nich bude prechádzať všetkými jedovatými časťami stromového pavúka. Pre istotu.

Koľko holov ponúkne Eliška Adamovi, ak mu ponúkne všetky vyhovujúce? Dva holy považujeme za rôzne, ak ich množiny začiatočného a konečného vrchola sú rôzne. Holy z 1 do 4 a zo 4 do 1 sú teda rovnaké, avšak z 2 do 6 a zo 6 do 1 sú rôzne.

### Vstup

V prvom riadku vstupu sú čísla  $n$  - počet vrcholov pavúka a  $k < n$  - počet jeho jedovatých hrán.

Nasleduje  $n - 1$  riadkov. Na  $i$ -tom z nich sú čísla  $1 \leq a, b \leq n$  - čísla vrcholov pavúka, ktoré sú spojené hranou. Pavúk je súvislý.



Na poslednom riadku vstupu je  $k$  medzerou oddelených čísiel – indexy hrán zo vstupu, ktoré sú jedovaté a teda ich treba oholiť jedným súvislým holom. Indexy hrán začínajú na 0.

Sú 3 sady vstupov. V nich navyše platia nasledovné obmedzenia:

Sada	1	2	3
$2 \leq n \leq$	200 000	1 000	200 000
$1 \leq k \leq$	1	999	199 999

## Výstup

Na jediný riadok výstupu vypíšete jedno číslo – počet možností, ktoré Eliška ponúkne Adamovi.

## Príklady

vstup	výstup
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">           3 1            3 2            1 2            1         </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">2</div>

*Eliška ponúkne Adamovi hole z 1 do 2 a z 1 do 3. Hol z 1 do 2 je rovnaký, ako hol z 2 do 1, preto hol z 2 do 1 už nepočítame. Z rovnakého dôvodu nepočítame hol z 3 do 1.*

vstup	výstup
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">           7 3            6 1            2 1            5 1            4 2            4 7            3 2            4 0 5         </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">0</div>

Neexistuje tu žiaden hol (cesta), ktorý by oholil všetky jedovaté hrany.

## J: Jaro, Janka, Jozef, Ja...

75 bodov

Ja mám veľa kamarátov. Chcem im kúpiť gumené koníky. Tak som zašiel na internetovú webstránku [gumene.koniky.xyz](http://gumene.koniky.xyz) - najpopulárnejší obchod s gumennými koníkmi! A veru, v sekcii gumené koníky (jediná sekcia v obchode) som našiel na výber z  $N$  balíkov plných gumených koníkov. Ten e-shop ešte nemajú úplne premyslený - viem si zvoliť súvislý úsek balíkov a kúpiť si ich. To je však problém - ja mám totiž každý deň iný počet kamarátov  $k_i$  (dakedy viac, dakedy menej), a teda v daný deň mám záujem len o balíky v ktorých je počet gumených koníkov deliteľný  $k_i$  - každý balík gumených koníkov má unikátnu chuť, a potrebujem z neho koníkov rozdeliť rovnomerne. Trhanie koníkov je, samozrejme, zakázané.

Keďže chcem s kamarátmi jesť gumené koníky, a nie rátať dáke deliteľnosti čísel na intervaloch, tento problem spadá na vás.

## Úloha

V eshope na [gumene.koniky.xyz](http://gumene.koniky.xyz) je za radom  $N$  balíkov gumených koníkov.  $Q$  dní si chcem kúpiť nejaký súvislý úsek z nich, pričom v deň  $i$  mám  $k_i$  kamarátov.

Pre každý takýto úsek potrebujem vedieť, koľko balíkov v ňom viem rovnomerne rozdeliť medzi svojich kamarátov - teda počet koníkov v ňom je deliteľný  $k_i$ .

## Vstup

V prvom riadku vstupu je číslo  $1 \leq N$  - počet balíkov v eshope.

V druhom riadku vstupu sú kladné čísla  $b_1, b_2, \dots, b_N$  - počet koníkov v balíkoch.

V treťom riadku vstupu je číslo  $1 \leq Q$  - počet otázok.

Každý z ďalších  $Q$  riadkov obsahuje tri čísla  $l_i r_i k_i$  - ľavý a pravý koniec úseku, ktorý si chcem z eshopu kúpiť, a počet mojich kamarátov v daný deň. Platí  $1 \leq l_i \leq r_i \leq N$ , a  $1 \leq k_i$ .

V sadách platia nasledovné obmedzenia:



$$N \leq 10^5$$

$$b_i, k_i \leq 10^1, 10^4, 10^5$$

$$Q \leq 10^5, 2 \cdot 10^4, 10^5$$

### Výstup

Pre otázku číslo  $i$  vypíšte jedno číslo - počet balíkov od  $l_i$ -teho po  $r_i$ -tý, v ktorých je počet koníkov deliteľný  $k_i$ .

### Príklady

vstup

```
5
5 4 3 2 1
2
1 5 1
1 5 2
```

výstup

```
5
2
```

*Všetky čísla sú deliteľné jednotkou. Len dve sú párne.*

vstup

```
5
9 12 5 32 12
3
1 5 2
1 3 3
2 4 2
```

výstup

```
3
2
2
```

## K: Kreatívny názov

100 bodov

Nájdite počet reťazcov  $r$  s nasledujúcimi vlastnosťami: -  $r$  má dĺžku  $n$  písmen, pričom každé písmeno patrí do abecedy s veľkosťou  $k$  (napr.  $k = 26$  pre anglickú abecedu) -  $r$  je palindróm - pre každé  $l$  medzi 2 a  $n - 1$  (vrátane) platí, že prefix  $r$  s dĺžkou  $l$  **nie je** palindróm

Keďže tento počet palindrómov môže byť veľmi veľký, stačí, ak nájdete jeho zvyšok po delení prvočíslom  $p$ .

(Palindróm je reťazec písmen, ktorý prečítame rovnako odpredu aj odzadu, napr. velipsespilev. Prefix reťazca s dĺžkou  $l$  sa skladá z  $l$  písmen na jeho začiatku v nezmenenom poradí.)

### Vstup a výstup

Na prvom riadku vstupu je jedno celé číslo  $t$  – počet samostatných testov.

Nasleduje  $t$  riadkov. Každý z nich obsahuje tri celé čísla  $n$ ,  $k$  a  $p$  popisujúce jeden z testov.

Pre každý test vypíšte jeden riadok a na ňom jedno celé číslo – počet reťazcov s danými vlastnosťami modulo  $p$ .

### Obmedzenia

Platí  $1 \leq t \leq 10$  a  $1 \leq n, k \leq 10^5$ . Je garantované že  $p$  je prvočíslo, pre ktoré platí  $10^8 \leq p \leq 10^9 + 9$ .

Je niekoľko testovacích sád. V niektorých sádach je  $n \leq 15$  a  $k \leq 6$ . V iných je veľké  $k$ , ale postupne rastie  $n$ ; v približne polovici z týchto sád je  $n \leq 2000$ . Objaví sa aj sada, kde  $k = 2$ .

### Príklad

vstup

```
4
1 10 1000000009
2 2 1000000009
4 3 1000000009
34 5 1000000009
```

výstup

```
10
2
6
912957714
```