

Zadanie celoštátneho kola súťaže ZENIT v programovaní

Kategória A a B, 30.03.2022

V prípade nejasností konzultujte záložku **Pomoc** na stránke zenit.ksp.sk, alebo sa spýtajte organizátorov. Úlohy sú hodnotené úplne nezávisle a samostatne, takže ich môžete riešiť v ľubovoľnom poradí. Časový limit označuje, koľko času dostane váš program pri testovaní na našom serveri (nie na vašom lokálnom počítači). Počas súťaže môžete nájsť zadania aj na webstránke. Ak by sa papierové a tlačené zadania v nejakom detaile (napríklad časovom limite) nezhodovali, tak pravdu majú zadania na **webstránke**.

A: Ako to pokračuje?

10 bodov

Hodobox sa jedného dňa vôbec nevyspal, vstal z postele ľavou nohou, mal slabé raňajky, zmokol, a nachladol.

V takýto chabý deň sa ledva dostal na svoju často navštevovanú stránku o celočíselných postupnostiach tak, že vygooglil `only enklyklopedia of integral sequeencers`.

Zabával sa tým, že si prepisoval svoju obľúbenú postupnosť, ktorej prvé členy sú

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99.

A teraz to začne byť zaujímavé, detinsky sa tešil Hodobox.

Úloha

Uhádnite ďalší člen Hodoboxovej obľúbenej postupnosti.

Vstup

Na vstupe sa nenachádza nič (čo však nie je to isté, ako by sa tam nachádzalo niečo).

Výstup

Vypíšte jedno číslo - ďalší prvok v Hodoboxovej obľúbenej postupnosti.

Príklad

Túto úlohu musíte zvládnuť bez príkladu.

B: Bola to šifra

15 bodov

Samovi niekto zmenil na počítači rozloženie klávesnice. Samo ale pozná svolu klávesnicu tak dobre, že sa na ňu ani nepozera, ba dokonca sa ani nepozera na to čo napísal, lebo predsa vie presne čo stlačil. Samo takto napísal veľmi dlhý text kým si všimol, že jeho klávesnica nepíše to čo by chcel. Keď si to ale všimol, rýchlo zmenil rozloženie na správne a naľukal text ešte raz, kým si ho pamätal. Otázka je: pamätal si ho dobre?

Úloha

Dostanete dva texty, vašou úlohou je zistiť, či sú rovnaké, až na rozloženie klávesnice. Teda či mohli vzniknúť úplne rovnakým spôsobom iba s preusporiadaním písmen na klávesnici. Jediné čo viete je, že medzera ostala medzerou.

Vstup

Na vstupe sú dva riadky. Na každom je jeden text skladajúci sa z malých písmen anglickej abecedy a medzier. Jeho dĺžka neprekročí 10^5 . Oba riadky sú rovnako dlhé, a majú medzery na rovnakých miestach.

Výstup

Na jediný riadok výstupu vypíšte reťazec ANO alebo NIE podľa toho či sú texty mohli vzniknúť rovnako alebo nie.

Príklad

vstup

prva kapitola knihy
prve kepetile kneha

výstup

NIE

V druhom slove je druhé a štvrté písmeno v jednom texte rovnaké a v druhom rôzne.

vstup

rozprava o historii klavesnic
abcdaefe b ghijbahh klefminho

výstup

ANO

Samo má a tam kde bolo r, b tam kde bolo o, ... všetko je v poriadku.

C: Cesta kráľovstvom

20 bodov

Žaby rady skáču po kameňoch. To je prípad aj malých žabiek. Po tom, čo sa jedna preskákala až do vedľajšej rieky sa rozhodli staršie žaby problém riešiť. Žabie kráľovstvo sa skladá z niekoľkých kameňov. Z každého z nich vedia našťastie skočiť najviac na jeden iný kameň aby bola navigácia jednoduchá. Keďže sa však nikomu nechce celý deň mladé žabky doprevádzať tak by si radi ušetrili prácu a našli v kraľovstve nejaký okruh. Trasu, po ktorej môžu poslať mladšie žabky na prechádzku (preskákáču?) pričom ich bude strážiť na jednom mieste staršia žaba a mladšie žabky budú celý deň skákať v kruhu. Pomôžte žabám a zistite, či existuje takýto okruh v ich kráľovstve.

Úloha

Zistite, či v žabom kráľovstve existuje cyklus z kameňov. V kráľovstve sa nachádza n kameňov očíslovaných $0, 1, \dots, n-1$. Pre každý kameň máme informáciu na ktorý kameň sa z neho dá priamo preskočiť alebo informáciu, že taký kameň neexistuje.

Vstup

Vstup sa skladá z dvoch riadkov. Na prvom sa nachádza n – počet kameňov v žabom kráľovstve. V druhom riadku sa nachádza n medzerou oddelených čísiel, pričom i -te číslo x_i ($-1 \leq x_i \leq n-1$) buď označuje číslo kameňa, na ktorý sa dá dostať na jeden skok z kameňa i , alebo -1 ak takýto kameň neexistuje. Môžete predpokladať, že sa nestane, že z kameňa sa dá preskočiť na ten istý kameň. Teda nikdy nebude platiť, že $x_i = i$.

Sú tri sady vstupov.

V prvej sade n neprekročí 100. V druhej sade n neprekročí 10 000. V tretej sade n neprekročí 100 000.

Výstup

Na jediný riadok výstupu vypíšte reťazec ANO alebo NIE podľa toho či existuje alebo neexistuje v žabom kráľovstve cyklus kameňov. Nezabudnite za týmto reťazcom vypísať znak konca riadku.

Príklad

vstup

6
1 2 3 4 5 0

výstup

ANO

Celé kráľovstvo tvorí jeden veľký okruh v ktorom sú zapojené všetky kamene.

vstup

6
5 4 3 -1 2 -1

výstup

NIE

Nech už žabka začne na hociktorom kameni, vždy skončí na takom, z ktorého nemá kam ďalej skočiť.

D: Drepuj viac ako ja

30 bodov

Viete prečo má Hodobox také silné nohy? Legenda hovorí, že za to vd'áci svojmu poslednému sústredku.

Členovia Hodoboxovej družinky sotva dobehli na ďalšie stanovište a začali lapať dych, keď prišiel povel spraviť 878 drepov.

“Čo to od nás prosím vás chcete?” snažila sa protestovať družinka.

“To nie my, za to sa poďakujte družinke, ktorá tu bola pred vami,” zrušili protesty vedúci.

O 878 drepov neskôr postavili členov družinky pred stôl s n kartičkami, z ktorých každá mala na sebe jedno unikátne číslo od 1 po n a vysvetlili im, že najviac k krát môžu vybrať dve rôzne kartičky a vymeniť ich pozície. Ich cieľom bude získať lexikograficky čo najväčšiu postupnosť. Pozor, je tu ešte bonus! Za každú výmenu kartičiek, ktorú družinka spraví bude musieť ďalšia družinka v poradí spraviť jeden drep. V Hodoboxovej skupinke v tom majú jasno. Každý drep pre ich kamarátov sa počíta a tak určite využijú všetkých k výmen. Chcú však taktiež získať čo najväčší počet bodov. Môžete im povedať, akú lexikograficky najväčšiu postupnosť vie ich družinka získať, ak maximalizujú utrpenie družinky, ktorá príde po nich?

Vstup a výstup

V prvom riadku sa nachádzajú čísla n a k . V druhom riadku sa nachádza permutácia čísel 1 až n .

Musíte spraviť presne k výmen dvoch rôznych čísel tak, že pri každej výmene si vyberiete dve rôzne čísla a vymeníte ich pozície. Vypíšte, akú lexikograficky najväčšiu postupnosť viete takto získať.

Platí $2 \leq n$ a $0 \leq k$.

V prvej sade $n, k \leq 1000$.

V druhej sade $n, k \leq 10^5$.

V tretej sade $n \leq 10^5$ a $k \leq 10^9$.

Príklady

vstup	výstup
4 1 2 3 1 4	4 3 1 2
vstup	výstup
5 1000 5 4 3 2 1	5 4 3 2 1

E: Egreše

40 bodov

Eliška si zasadila na záhrade Egreše. Keď na nich začali rásť plody, všimla si že ono sú to vlastne stromy a v každom vrchole rastie jeden egreš! Hneď si uvedomila, že aby mohla tieto stromy ďalej pozorovať, musí egreše (vrcholy) očíslovať a tak začala na egreše písať čísla $0, 1, 2, \dots$. Na egrešoch ale ostalo ešte veľa miesta, tak jej napadlo, čo tak zistiť o každom egreši, ktorý egreš je na danom strome najďalej od neho. Hneď si to aj pekne pohľadala a zapísala na egreše (ak bolo najvzdialenejších viac, tak zapísala ten s najmenším číslom).

Keď však prišla na druhý deň, zistila že bol silný vietor a všetky egreše popadali. Eliška si však nepamätá na kolkých stromoch egreše rástli (niektoré ešte nerodia). Pomôžete jej to zistiť?

Vstup a výstup

V prvom riadku sa nachádza číslo n , počet egrešov. V druhom riadku sa nachádza n čísel kde i -te číslo značí číslo vrchola ktorý je v strome najďalej od vrchola i .

Platí $5 \leq n \leq 10^4$.

Príklady

vstup	výstup
5 1 0 4 2 2	2
vstup	výstup
2 0 1	2

Egreše rástli na dvoch stromoch 0-1 a 2-3-4.

Opäť dva stromy, no na každom rástol len jeden egreš.

F: Fourierova transformácia

50 bodov

Jozef Fourier (nemýľte si ho s Josephom Fourierom) prišiel nedávno s návrhom novej transformácie na trojfarebných reťazoch (áno, aj to je odvetvie).

Trojfarebný reťazec sa skladá z písmen R, G a B. Fourierova transformácia na trojfarebnom reťazci pozostáva z vybrania si dvoch susedných znakov **rôznej** farby, a vymenením ich za znak farby chýbajúcej v danej dvojici. Teda reťazec RGB vieme transformovať na BB alebo RR, a BBRGRB napríklad na BGGRB, BBBRB či BBRGG.

Samozrejme, Fourierovu transformáciu vieme potom aplikovať opakovane.

Józo Fourier (nemýľte si ho s Jozefom Fourierom) sa teraz snaží zistiť, aký najkratší reťazec vie získať z daného začiatočného trojfarebného reťazca opakovaným aplikovaním Fourierovej transformácie.

Táto veta je všeobecná výhovorka, prečo to musíte vlastne naprogramovať vy.

Vstup a výstup

V jedinom riadku vstupu je trojfarebný reťazec S pozostávajúci z písmen RGB. Jeho dĺžka neprekročí 10^5 znakov. Sú štyri sady vstupov.

V prvej sade jeho dĺžka neprekročí 10 znakov.

V druhej sade sa nebude vyskytovať znak B .

V tretej sade jeho dĺžka neprekročí 100 znakov.

Vypíšte dĺžku najkratšieho reťazca, ktorý sa dá získať postupom popísaným vyššie.

Príklady

vstup	výstup
RGB	2
vstup	výstup
BBRGRB	1

BBRGRB -> BGGRB -> RGRB -> BRB -> GB -> R.

G: Groše v modernej dobe

60 bodov

Kedy ste naposledy čítali článok o grošoch? To som si aj myslel.

Zato článkom o kryptomenách sa musíte naschvál vyhýbať. Tu sa mu nevyhnete.

Prichádzame totiž s najmodernejšou, najspoľahlivejšou a najvymyslenejšou kryptomenou - Zenitcoin!

Nie sme si ešte vôbec istí ako bude čo fungovať, okrem toho že sa bude musieť ťažiť cez Zenit úlohy.

Aby sme nemuseli byť príliš kreatívni, ťaženie bude založené na podobnom princípe ako s ozajstnými kryptomenami - budeme rozdávať ťažké numerické otázky, a zaujíma nás počet núl na konci výsledku. Aby to nebolo také ľahké, nebudeme sa pýtať na výsledky v desiatkovej sústave, ale v rôznych iných sústavách.

Stačí už len navrhnúť tie otázky. Hm. Dáme vám pole čísel, a každá otázka bude 'vynásob všetky čísla od L -tého po R -tého'.

Vstup a výstup

V prvom riadku je číslo N a Q - počet čísel v poli a počet otázok.

V druhom riadku je N čísel a_i , číslovaných od 1 po N .

Každý z nasledujúcich Q riadkov je otázka v tvare $L R S$ - aký úsek čísel treba vynásobiť, a sústava v ktorej nás zaujíma počet núl na konci výsledku.

Pre každú otázku vypíšte odpoveď do samostatného riadku.

Platí $1 \leq N, Q \leq 10^5$, $1 \leq L \leq R \leq N$, $1 \leq a_i \leq 10^9$ a $2 \leq S \leq 6$.

Sú štyri sady vstupov.

V prvej navyše platí $N, Q \leq 500$ a $S = 2$.

V druhej sade $N, Q \leq 500$.

Príklad

vstup	výstup
5 3 10 8 7 12 9 1 3 2 2 5 5 2 5 6	4 0 3

$10 * 8 * 7 = 560$, v dvojkovej sústave 1000110000. Má na konci štyri nuly. $8 * 7 * 12 * 9 = 6048$, v päťkovej sústave to je 143143, a tento výsledok na konci žiadne nuly nemá.

H: Hurá, zmrzlina!

60 bodov

S príchodom jari je načase vytiahnuť zaprášené zmrzlinové vozíky, raduje sa zmrzlinárka Jaja.

Ani ich nestihla odprášiť, a už pred ňou stojí nekonečný rad rozmaznaných stredoškôľákov. A všetci chcú zmrzlinu.

Nekonečne veľa stredoškôľákov Jaja neobsľuži - toľko zmrzliny v jej vozíkoch nieje. O čo horšie, rozmaznaní stredoškôľáci sa neuspokoja s len tak hocijakou zmrzlinou.

Chcú presne štyri kopčeky. Každý. A nech si ich Jaja neželá, ak by boli všetky rovnakej príchute!

Pomôžte Jaji obsľužiť čo najviac stredoškôľákov (potrebuje zarobiť na jedlo pre svoje kapybary).

Úloha

Jaja má vo vozíkoch štyri príchute zmrzliny - zmrzlinovú, egrešovú, nepopísateľnú, a imaginárnu (mala raz aj topiacu príchuť, ale všetka sa na jarnom slnku roztopila).

Vie, koľko kopčekov z každej príchute vie spraviť.

Každá predaná zmrzlina musí pozostávať zo štyroch kopčekov, a nesmú byť všetky rovnakej príchute.

Koľko najviac zmrzlín vie Jaja predať z každého vozíka (zmrzliny z rôznych vozíkov nemôže miešať)?

Vstup a výstup

V prvom riadku je číslo T - počet zmrzlinových vozíkov.

V každom z ďalších T riadkov vstupu sú štyri čísla $Z E N I$ - počet kopčekov zmrzlinovej, egrešovej, nepopísateľnej a imaginárnej zmrzliny v niektorom Jajinom vozíku.

Vypíšte pre každý vozík jedno číslo - koľko najviac zmrzlín vie Jaja predať, aby všetky spĺňali podmienky v úlohe.

Vždy platí $1 \leq T \leq 100$, $0 \leq Z, E, N, I$, $Z \leq 10$, $E \leq 100$, $N \leq 10^9$ a $I \leq 10^9$.

V prvej sade $N, I = 0$.

V druhej sade $Z, E = 0$ a $N \leq 1000$.

V tretej a štvrtej sade platí len to, že o ich existencii teraz viete.

Príklady

vstup

```
2
3 1 2 2
4 9 0 0
```

výstup

```
2
3
```

Pre prvý vozík Jaja môže napríklad na jednu zmrzlinu použiť tri zmrzlinové a jeden egrešový kopček, a na druhú zmrzlinu dve nepopísateľné a imaginárne kopčeky. Pre druhý vozík $(1,1,2)$ a $(3,3,2)$ kopčekov z prvých dvoch príchuťí nám dá tri platné zmrzliny.

I: Iniciatívna výpomoc

65 bodov

Ako už je v tejto krajine zvykom, v období Veľkej Noci stúpa dopyt po ananásoch za účelom maľovania kraslíc. Ak ste ešte kraslice nemaľovali, postup je celkom jednoduchý a odporúčame vám si ho niekedy vyskúšať. Jednoducho zoberiete zrelý ananás, odstrihnete mu vlasy, na vrchu a spodku škrupiny spravíte dierku a do jednej z nich s citom fúknete. Druhou dierkou vám potom vytečie ananášový džús a vy môžete zvyšnú dutú škrupinu namaľovať ornamentami podľa svojej chuti. Každopádne, vašou úlohou momentálne nebude tvoriť kraslice ale zbierať ananásy. Ujo Kubík potrebuje vašu pomoc, keďže sám všetky plody svojej ananášovej farmy nestíha a nezvláda pozbierať. Kubík vlastní rozľahlé úrodné pole na ktorom rastú hľby ananášov, ktoré avšak nerastú veľmi systematicky. Vašou úlohou bude teda sedieť na streche Kubíkovho traktora a navigovať ho ku každému ananásu ktorý uvidíte.

Úloha

Traktor je nemotorný a tak zvláda pohyb iba v ôsmich smeroch svetových strán. Ujovi budete teda zo strechy kričať vždy ktorým z ôsmich smerov má ísť a ako dlho. Pre jednoduchosť budete pre šikmé smery hovoriť koľko uhlopriečok jednotkového štvorca treba prejsť. Keďže traktory sú hlučné a palivo drahé, prioritizujte navigáciu, ktorá použije čo najmenej príkazov, a v prípade remízy takú, ktorá prejde čo najmenšiu vzdialenosť.

Smery budeme označovať N pre sever (rastúca y-ová súradnica), S pre juh, E pre východ (rastúca x-ová súradnica) a W pre západ. Zvyšné štyri šikmé smery označujeme NE, NW, SE, SW.

Aby naozaj nenastal zmätok v tom ktorú navigáciu máte zakričať, v prípade remízy počtu príkazov aj prejdenej vzdialenosti uprednostnite trasu, ktorej postupnosť smerov je lexikograficky najmenšia. Lexikografické usporiadanie svetových strán je E, N, NE, NW, S, SE, SW, W. Teda postupnosť smerov $(N, S, W) < (N, SE, E)$ lebo $N = N$ a $S < SE$.

Každý zber ananásu vieme opísať jednoducho súradnicami vašej aktuálnej pozície a pozície ananásu. Vašou úlohou je zakričať najlepšiu postupnosť príkazov podľa hodnotenia uvedeného vyššie.

Vstup a výstup

Na prvom riadku vstupu máte číslo $0 \leq Q \leq 10000$, počet zberov. Nasleduje Q riadkov, na každom z nich štyri celé čísla $0 \leq |x_1|, |y_1|, |x_2|, |y_2| \leq 10^6$ označujúce súradnice vašej aktuálnej pozície a pozíciu ananásu. Platí $(x_1, y_1) \neq (x_2, y_2)$.

Na výstup vypíšete Q navigácii pre dané zbery. Na prvom riadku navigácie vypíšete počet príkazov a následne daný počet riadkov s príkazmi, na každom riadku medzerou oddelený smer a počet krokov v danom smere.

Príklady

vstup	výstup
<pre>2 0 0 1 1 0 0 1 2</pre>	<pre>1 NE 1 2 N 1 NE 1</pre>

J: Jašteričie schodisko

80 bodov

Znovu ste vytiahli zbožňovanú hru hady a rebríky. Aktuálne síce každý sedíte oddelene a nemôžete sa ju spolu zahrať, ale šmýkať sa po hadoch a rebríkoch je zábava aj osamote! A keďže vás nikto nekontroluje, tak nemusíte ani házdať kockou a môžete sa iba voziť hore a dole a dole a hore po rebroch a hadíkoch koľko len budete vládvať (a vládvať teda budete veľa). Hracia plocha má 9 poschodí očíslovaných od 1 po 9 a po rebríkoch a hadádoch sa dá dostať takmer z každého poschodia na každé iné. Nanešťastie sú už niektoré hady až príliš vyšmýkané a niektoré rebríky už príliš ojazdené, a teda sú vozovky medzi poschodiami ktorých súčet čísel je štvorec z bezpečnostných dôvodov uzatvorené. Stále je však viac ako 80% trás funkčných, takže zábavy by ste mali mať habadej. Teraz sa ale naskytá ale naozaj že mimoriadne fascinujúca otázka toho, koľkými spôsobmi sa dá po tejto hracej ploche cestovať na určitý počet krokov. A keďže vás nikto nekontroluje, tak začať môžete na ľubovoľnom poschodí.

Vstup a výstup

Na prvom riadku vstupu máte číslo $0 \leq Q \leq 100$, počet otázok. Nasleduje Q riadkov, na každom z nich jedno číslo $2 \leq N \leq 10^{18}$ označujúce počet poschodí ktoré chcete navštíviť.

Na výstup vypíšete Q riadkov, na každom z nich odpoveď na otázku ku prislúchajúcemu riadku modulo $10^9 + 7$.

Príklady

vstup	výstup
<pre>2 3 2</pre>	<pre>501 67</pre>

K: Klik, klik, klik

85 bodov

Ajo pri svojich potulkoch sibírskou púštinou nedávno nad'abil na bunker s pootverenými dverami.

Zasvietil si mobilom, a uvidel zmrazeného kostlivca ležiaceho na zemi s papierom v ruke.

“No kto by si dával tú námahu dovláčiť sem kostlivca”, krúti hlavou neveriacky Ajo.

Položil som život aby som ich zastavil. Za žiadnu cenu sa nesmie dostať do nesprávnych rúk. Toto zariadenie množí nezastaviteľný vírus. Nezapínajte ho!.

“Tento nápis ma nevie zastaviť, keďže neviem čítať!” uškrnul sa Ajo, berúc srandovnú zábavku s veľkým červeným gombíkom z kostlivcovej ruky...

Úloha

Tajomné zariadenie v sebe množí vírus.

Po prvých štyroch stlačeniach vytvorí 1, 2, 3, 5 kópií vírusov. Každým ďalším kliknutím sa vírusy rozmnožia, a to tak, že všetky vírusy vytvorené posledným, predposledným, a predpredposledným kliknutím vytvoria jednu svoju kópiu.

Zistite, koľko je na svete vírusov potom, čo Andrej klikne gombík X krát.

Vstup a výstup

V prvom riadku vstupu je číslo $1 \leq T \leq 1000$ - koľko otázok pre vás máme.

V každom z ďalších T riadkov je celé číslo $4 \leq X \leq 10^{10}$.

Pre každé X zrátajte, koľko vírusov je na svete. Keďže ich môže byť fakt veľa, vypíšte len jeho zvyšok po delení $10^9 + 7$.

V prvej zo štyroch sád je $X \leq 10^6$. V druhej je zasa $T = 1$.

Príklady

vstup

```
3
7
5
47
```

výstup

```
64
20
349633386
```

V piatom kliknutí sa rozmnožia vírusy z prvého, tretieho a štvrtého, bude ich teda $1+3+5 = 9$. Spolu so zvyšnými jedenástimi ich je teda 20.